|  |  |
| --- | --- |
| 2Β | ***UNIVERSITY OF PATRAS***  ***SCHOOL OF ENGINEERING***  ***Department of Cοmputer Engineering*** & ***Informatics***  ***Division of Applications and Foundations***  ***οf Cοmputer Science***  ***Pattern Recognition Laboratory***  ***Director:*** S. *Likothanassis, Professor,*  *e-mail* : [*likothan@ceid.upatras.gr*](mailto:likothan@ceid.upatras.gr)  *URL:* [*http://prlab.ceid.upatras.gr/~likothan/*](http://prlab.ceid.upatras.gr/~likothan/) |

**Εργαστηριακή Άσκηση**

**για το μάθημα Θεωρία Αποφάσεων**

**2019 - 2020**

**Μέρος Α’**

***Διδάσκοντες: Σ. Λυκοθανάσης, Α. Ανδρικόπουλος***

**Ακ. Έτος 2019-20**

**ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ:**

Σε αυτή την εργαστηριακή άσκηση καλείστε να χρησιμοποιήσετε βασικά στοιχεία πιθανοθεωρίας, αλλά και να εξασκηθείτε στη θεωρία αποφάσεων του Bayes, λύνοντας απλά προβλήματα (κανόνες απόφασης, όρια απόφασης και λάθος απόφασης). Για κάποιους υπολογισμούς και το σχεδιασμό διαγραμμάτων, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το Matlab.

**Ερώτημα 1.**

Θεωρείστε τα 2 διαστάσεων δεδομένα από δύο κλάσεις ω1 και ω2 και κάθε μία από αυτές ακολουθεί την Gaussian κατανομή p(x/ωk) ~ Ν(μk, Σk).

Πίνακας 1: Δεδομένα από τις κλάσεις ω1 και ω2

|  |  |
| --- | --- |
| ω1 | ω2 |
| (0, 0) | (6, 9) |
| (0, 1) | (8, 9) |
| (2, 2) | (9, 8) |
| (3, 1) | (9, 9) |
| (3, 2) | (9,10) |
| (3, 3) | (8, 11) |

1. Ποια είναι η εκ των προτέρων πιθανότητα για κάθε κλάση; (P(ω1)καιP(ω2)).
2. Να υπολογίσετε τη μ.τ. και τον πίνακα συνδιασποράς, για κάθε κλάση.
3. Να παράγετε την εξίσωση για το όριο απόφασης που διαχωρίζει τις δύο κλάσεις και να σχεδιάσετε το όριο απόφασης (σημείωση: Αν θέλετε μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την εκ των υστέρων πιθανότητα p(ωi/x)).
4. Να θεωρήσετε την περίπτωση όπου τα κόστη λάθους ταξινόμησης είναι διαφορετικά για τις 2 κλάσεις (δηλαδή δεν είναι 0-1). Θα επηρεάσει αυτό το όριο απόφασης και πως;
5. Θεωρήστε δύο κλάσεις ω1 και ω2 στο χώρο προτύπων Ω με συνεχή κατανομή πιθανότητας p1(x) και p2(x) αντίστοιχα. Το πρόβλημα ταξινόμησης δύο κατηγοριών μπορεί να διατυπωθεί σαν διαίρεση του χώρου Ω σε δύο εξαντλητικά και μη επικαλυπτόμενα σύνολα Ω1 και Ω2, έτσι ώστε Ω1∪Ω2 = Ω και Ω1∩ Ω2 = 0. Αν το xi ∈ Ωk τότε αντιστοίχισε το xi στην κλάση ωk.
   1. θεωρείστε ότι δίνεται μια διακρίνουσα συνάρτηση f(.). Να αναφέρετε τα δύο λάθη που μπορεί να κάνει αυτή η συνάρτηση.
   2. Να γράψετε την πιθανότητα λάθους που αντιστοιχεί σε αυτά τα δύο λάθη.
   3. Υποθέστε ότι τα κόστη για τους δύο τύπους λαθών είναι c1 και c2. Να γράψετε το συνολικό αναμενόμενο κόστος.
6. Υποθέστε ότι έχουμε ένα πρόβλημα ταξινόμησης δύο κατηγοριών, σολομός (ω1) και πέρκα (ω2).

6.1Πρώτα, υποθέτουμε ότι έχουμε ένα χαρακτηριστικό, και οι σ.π.π. είναι Gaussians Ν(0, σ2) και Ν(1, σ2) για τις δύο κλάσεις αντίστοιχα. Να δείξετε ότι το κατώφλι που ελαχιστοποιεί το ελάχιστο ρίσκο είναι:

Όπου έχουμε υποθέσει ότι λ11=λ22=0.

6.2 Μετά, υποθέτουμε ότι έχουμε δύο χαρακτηριστικά **x** = (x1, x2) και οι υπό συνθήκη πυκνότητες δύο κλάσεων p(χ/ω=1) και p(χ/ω=2), είναι 2-Δ gaussians κατανομές με κέντρα στα σημεία (4, 11) και (10, 3) αντίστοιχα με τον ίδιο πίνακα συνδιασποράς Σ=3Ι (όπου Ι είναι ο μοναδιαίος πίνακας). Υποθέστε ότι οι a priori πιθανότητες είναι P(ω=1) = 0.6 και P(ω=2) = 0.4.

(α) Υποθέστε ότι χρησιμοποιούμε τον Κανόνα Απόφασης του Bayes. Να γράψετε τις διακρίνουσες συναρτήσεις g1(x) και g2(x).

(β) Να βρείτε την εξίσωση για το όριο απόφασης.

(γ) Πως θα αλλάξει το όριο απόφασης αν αλλάξουν οι a priori πιθανότητες και η συνδιασπορά;

(δ) Χρησιμοποιώντας τη Matlab, να πάρετε 100 σημεία από κάθε μία κατανομή πυκνότητας. Να σχεδιάσετε τις δύο πυκνότητες (από τα δείγματα) και το όριο απόφασης στον 2-Δ χώρο.

**Παρατηρήσεις:**

* Η αξιολόγηση της εργασίας θα έχει βαρύτητα 40% του τελικού βαθμού (20% το Α’ μέρος και 20% το Β’ μέρος).
* Η εργασία σας θα παραδοθεί τμηματικά. Το πρώτο μέρος πρέπει να παραδοθεί (με ανάρτηση στο e-class) μέχρι τις 1/12/2019 στις 23.55. Το 2ο μέρος της εργασίας πρέπει να αναρτηθεί την παραμονή της εξέτασης του μαθήματος στις 23.55.
* Για απορίες σχετικές με την εργασία σας μπορείτε να επικοινωνείτε με email με τον κο Θ. Αμοργιανιώτη ([amorgianio@ceid.upatras.gr](mailto:amorgianio@ceid.upatras.gr)) και τον κο Α. Ανδριόπουλο ([a.andriopoulos@upatras.gr](mailto:a.andriopoulos@upatras.gr)).
* Σύντομα θα ανακοινωθούν και ώρες γραφείου.